

Zadaci za vežbanje

1.

Napisati rekurzivnu funkciju za izračunavanje sume prvih n neparnih prirodnih brojeva, kao i program za testiranje rada.

2.

Napišite funkciju sledećeg prototipa, kojom se rekurzivno generišu binomni koeficijenti pascal-ovog trougla, kao i program za testiranje rada (prikaz trougla treba da izgleda kao na donjoj ilustraciji).

```
int pascal(int n , int k);
```

Binomni koeficijenti su definisani rekurzivno:

$$\begin{aligned} \text{pascal}(n, 0) &= 1 \text{ i } \text{pascal}(n, n) = 1, \text{ za } n \geq 0 \\ \text{pascal}(n, k) &= \text{pascal}(n-1, k) + \text{pascal}(n-1, k-1), \text{ za } n > k > 0 \end{aligned}$$

U nastavku je manji deo pascal-ovog trougla. Svaki element trougla je izračunat sabiranjem dva elementa iznad njega.

```
      1
     1 1
    1 2 1
   1 3 3 1
  1 4 6 4 1
 1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
```

Pascalov trougao se veže uz binomni teorem. Koeficijenti pojedinih redova Pascalovog trougla predstavljaju binomne koeficiente; označavaju se sa $\binom{n}{k}$ gde je n broj reda, k broj koeficienta u redu. Za binomne koeficijente vredi simetričnost tj $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$, pa su i redovi u Pascalovom trouglu simetrični.

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, n \geq k \geq 0$$

Npr, $\binom{7}{3} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$

Binomni koeficijenti su koeficijenti u razvoju binoma $(x + y)^n$ (odatle i naziv):

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$

Rešenja

1.

```
#include <iostream>
using namespace std;

int suma(int n) {
    if(n == 1)
        return 1;
    else return n + suma(n -2);
}

int main () {
    cout << "Suma prvih n neparnih prirodnih brojeva. Rekurzija\n";
    int broj, s;

    cout << "Broj: ";
    cin >> broj;

    s = suma(2 * broj - 1);

    cout << "Suma je: " << s << endl;
    return 0;
}
```

Ispis na ekranu:

```
Suma prvih n neparnih prirodnih brojeva. Rekurzija
Broj: 5
Suma je: 25
```

2.

```
#include <iostream>
#include <iomanip>
using namespace std;

int pascal(int n, int k) {
    if( ( k > 0 ) && ( n > k ) )
        return pascal( n-1, k ) + pascal( n-1, k-1 );
    if( ( k == 0 || k == n ) && ( n >= 0 ) )
        return 1;
}

int main(){
    int x;
    cout << "Broj redova pascal-ovog trougla je "; cin >> x;
    cout << endl;
```

```

for (int n=0;n<x;n++){
  for (int p=n; p<x;p++)
    cout << " ";
  for (int k=0;k<=n;k++)
    cout << setw(4)<< pascal(n,k);
  cout << endl;
}
return 0;
}

```

Ispis na ekranu:

Broj redova pascal-ovog trougla je 10

```

          1
         1 1
        1 2 1
       1 3 3 1
      1 4 6 4 1
     1 5 10 10 5 1
    1 6 15 20 15 6 1
   1 7 21 35 35 21 7 1
  1 8 28 56 70 56 28 8 1
 1 9 36 84 126 126 84 36 9 1

```